

# Analysis

Die Inhalte zu dem Verzeichnis für LibreOffice werden nach und nach eigearbeitet

Seite		
1	0	Vorbemerkungen
1	0.0	Abkürzungen, Vorbemerkungen, Beweismethoden
		Direkter Beweis
2		Indirekter Beweis, Widerspruchsbeweis
3	0.1	Mengen
		Definition, gleiche Mengen, leere-, Teilmengen
4		Vereinigung, Schnitt, Differenz, disjunkte
5		Komplement, Potenzmenge, kartesisches Produkt
8		Rechenregeln, Folgerungen
10		System von Mengen
11		Äquivalenzklasse/Partition
100	0.2	Relationen, Funktionen
		Definition Relation, Äquivalenzrelation,
		Äquivalenzklassen
103		Partition
106		Funktion, Definitionsbereich, Wertebereich, Urbild
108		Eigenschaften von Bild und Urbild einer Funktion $f$
200	0.2f	Injektive, surjektive, bijektive Abbildungen
202		Verkettete Abbildungen
203		Identische Abbildungen
300	1	Axiomatische Einführung der reellen und komplexen Zahlen
300	1.1	Definition Gruppe, Körper, Körperaxiome
301		Verknüpfung, Verknüpfungsgebilde
302		Definition Gruppe
303		Untergruppe
304		abelsche Gruppe
306		Halbgruppe, Ring, Körper
312		Abgeleitete Rechenregeln (RR) in $\mathbf{K}$
400	1.2	Die Anordnungsaxiome
400		Abgeleitete Rechenregeln in einem angeordneten Körper (RR $\lt$ )
405		Maximum, Minimum
407		Absolutbetrag
408		Dreiecksungleichung
412		Vorzeichen

500	1.3	Das Vollständigkeitsaxiom und die Definition der reellen Zahlen
500		Schranken, Supremum, Infimum
505		Definition vollständiger Körper
506		Definition Intervalle, Dedekindsche Schnitte
515		Quadratwurzel
600	1.4	Funktionsräume, gerade/ungerade Funktionen, monotone Funktionen
600		Beschränkte Funktion
601		Definition monotone Funktionen
700	1.5	Die natürlichen Zahlen und das Prinzip der vollständigen Induktion
700		Definition Induktive Mengen, natürliche Zahlen
702		Vollständigen Induktion
703		Rechenregeln in $\mathbf{N}$
705		Vollständige Induktion 2. Fassung
707		Archimedisches Prinzip
		Wohlordnungssatz
711		Summen, Produkte
718		Unleichung von Bernoulli
750	1.5f	P15f
750		Abzählbare... Mengen
		Teilmengen abzählbarer Mengen
751		Abzählbares kartesisches Produkt
752		Abzählbarkeit rationaler Zahlen
758		Maximum und Minimum zu Mengen
758		Ganze, rationale, irrationale Zahlen
760		$\mathbf{N}$ , $\mathbf{Z}$ , $\mathbf{Q}$ sind abzählbar, $\mathbf{R}$ und $\mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ sind überabzählbar
759		Das größte Ganze
764		Division mit Rest
764		$g$ -Adische Zahlendarstellung
766		Intervalle, Intervallschachtelungsprozess
800	1.6	Die komplexen Zahlen
801		Eigenschaften der komplexen Zahlen
803		Potenz komplexer Zahlen
900	1.7	Einige Identitäten, Ungleichungen und Definitionen
901		Teleskopsumme
904		Endliche geometrische Reihe
		Abelsche partielle Summation
906		Fakultät, Binominalkoeffizient
906		Identitäten zu Binominalkoeffizienten
908		Binominalsatz
1000	1.8	Arithmetisches und geometrisches Mittel
1000		AGM Ungleichung



1100	1.9	Polynome, Nullstellen, grad, rationale Funktionen
1103		Nullstellen
1106		Divisionssatz
1107		Identitätssatz für Polynome
1150	1.9f	
1150		Cauchy-Schwarz Ungleichung
1151		Lagrange Identität
1152		Cauchy Produkt von Polynomen
1152		Minkovsky Ungleichung, Interpolation mit Polynomen
1153		Hauptsatz der Polynominterpolation
1153		Lagrange Darstellung des Interpolationspolynoms
1153		Interpolationspolynom Newtonsche Darstellung
1155		Wurzelfunktion
1157		n-te Wurzelfunktion
1200	2	Kapitel Konvergenz von Folgen und Reihen
1200	2.1	Konvergenz und Grenzwert
1209		Beschränkte Folge
		Nullfolgen
1250	2.1f	Cauchyfolge
1250		Eigenschaften konvergenter Folgen
1255		Vergleiche von Folgen
1300	2.2	Reelle, insbesondere monotone Folgen
		Monotone Folgen, Definition Teilfolge, Umordnung, triviale Abänderung
1301		Monotone Konvergenz
		Konvergenz von Teilfolgen, Umordnungen und trivialen Abänderungen konvergenter Folgen
1307		monotone Teilfolge
1308		Bolzano Weierstraß (BW)
1308		Konvergenzkriterium von Cauchy
1309		Uneigentliche Konvergenz
1315		Division durch Multiplikation und Addition
1315		Wurzelziehen durch Division und Multiplikation und Addition
1400	2.3	Exponential-, Logarithmus- und Potenzfunktionen bis 1403 verschiedene Sätze
1403		Intervallschachtelung für e
		Exponentialfunktion Beschränkung
1404		Exponentialfunktion komplex
1408		e: Eulersche Zahl,
		reelle-, komplexe Exponentialfunktion
1409		Eigenschaften Exponentialfunktion

- 1450 2.3f
- 1451  $\exp: \mathbf{R} \rightarrow (0, \infty)$  ist bijektiv
- 1452 natürliche Exponentialfunktion mit Basis  $e$   
Umkehrfunktion  $\log(0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$   
natürlicher Logarithmus bzw Logarithmus zur Basis  $e$
- 1453 Eigenschaften des Logarithmus
- 1455 Potenz zur Basis  $a$  mit Exponenten  $b$
- 1456 allgemeine Exponentialfunktion, Logarithmusfunktion  
allgemeine Potenzfunktion
- 1456 Eigenschaften dieser Funktionen
- 1460 Wichtige Grenzwerte
- 
- 1500 2.4 Häufungswerte (HW) von Zahlenfolgen  
Häufungspunkte (HP) von Mengen
- 1502 Bolzano Weierstrass (BW)
- 1504 Cauchyfolge
- 1505  $\min H, \max H.$
- 1507 limes superior, limes inferior
- 1509 Beschränkte, konvergente Folgen und Häufungswert
- 
- 1550 2.5 Doppelfolgen
- 1550 konvergente
- 1550 Cauchysches Konvergenzkriterium
- 1551 Iterierter Limes
- 1552 Gleichmäßige Konvergenz
- 
- 1600 3 Unendliche Reihen
- 3.1 Definition unendliche Reihen, nte Partialsumme  
Konvergenz
- 1602 Konvergenz/Divergenz der geometrischen Reihe  
Rechenregeln für unendliche Reihen
- 1605 Teleskopreihe
- 1606 alternierende Reihe
- 1607 Leibniz Kriterium
- 
- 1700 3.2 Reihen mit nicht-negativen Gliedern,  
absolut konvergente Reihen sind konvergent
- 1701 Majorantenkriterium, Minorantenkriterium
- 1702 Wurzelkriterium
- 1704 Quotientenkriterium
- 1717 Cauchy-Schwarz-Ungleichung
- 1719 Verdichtungssatz von Cauchy
- 
- 1750 3.2f Umordnung, unbedingt-, bedingt konvergent
- 1753 Riemannscher Umordnungssatz
- 1756 Absolute Konvergenz\_unbedingte Konvergenz

1765	3.2ff	Def Doppelreihen, Doppelreihensatz
1769		Cauchyscher Doppelreihensatz
1779		Großer Umordnungssatz
1781		Vertauschung von Grenzwerten
1782		Expotentialfunktion,
1783		Expotentialreihe
1784		Reihen-Cauchy-Produkt
1784		Cauchy-Produktsatz
1800	3.3	Dual- und Dezimalzahlen
1801		g-adische Zahldarstellung reeller Zahlen
1803		g-adische Entwicklung
1805		periodische Entwicklung $\mathbb{Q}$
1900	3.4	Abelsche partielle Summation, Dirichlet-Kriterium
1901		Konvergenzkriterium von Du Bois-Reymond
1902		Konvergenzkriterium nach Dedekind
2000	3.5	Potenzreihen
2001		Konvergenzradius, Berechnung mit Wurzel
2004		Gleichmäßige Konvergenz von Potenzreihen
2100	3.6	Spezielle Potenzreihen und Funktionen
		Eigenschaften der komplexen Expotentialfunktion
2102		Einheitskreis, Bogenmasswinkel
2103		Umfang Einheitskreis, Zusammenhang Expotentialfkt
2104		Definition hyperbolische Funktionen
2105		Eigenschaften hyperbilische Funktionen
2104		Definitionen $\sin$ , $\cos$
2107		Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen
2200	4	Funktionsgrenzwerte und stetige Funktionen
2200	4.1	Topologische Begriffe
		Umgebung, Menge aller inneren Punkte, offener Kern von $M$ , offene Menge
2201		Häufungspunkt, abgeschlossene Hülle von $M$ Kompakte Menge, Randpunkt, isolierter Punkt, uneigentlicher HP von $M$
2203		Vereinigung aller offenen Teilmengen von $M$
2205		Durchschnitt aller geschlossenen Obermengen von $M$

2300	4.2	Funktionsgrenzwerte, Konvergenz Funktionenfolgen
2300		Definitionen Konvergenz von Funktionen
2302		dto für Körperelemente
2303		Monotone Funktion
2304		beschränkte Funktion
2304		Funktionen Konvergenz Folgenkriterium
2307		Funktionen Konvergenz Cauchykritierium
2310		Funktionen Konvergenz Grenzwertregeln
2320		Grenzwert monotoner & beschränkter Funktionen
2350	4.2f	Funktionenfolgen,
		punktweise-, gleichmäßige Konvergenz
2355		Funktionenreihen
		punktweise-, gleichmäßige Konvergenz
2356		Funktionenfolge Cauchykritierium
2356		Funktionenreihen Cauchykritierium
2361		Majorantenkritierium zu Funktionenreihen
2400	4.3	Stetige Funktionen
2401		...komplexe Mengen
2408		Exponential-, trigonom.-, hyperb. Funktionen
2409		Folgenstetigkeit
2409		Rechenregeln für Stetigkeit
2450	4.3f	Stetigkeit Potenzreihen
2455		Identitätssatz für Potenzreihen
2455		Eindeutigkeitssatz für Potenzreihen
2459		Fibonnacizahlen
2500	4.4	Hauptsätze über stetige Funktionen
2500		Zwischenwertsatz zu stetigen Funktionen
2501		Nullstellen
2530	4.4f	Umkehrfunktion und Stetigkeit
2532		sin cos Werte zwischen 0 und $2, \pi$
2534		cos, kleinste positive Nullstelle
2535		Definition Pi
2537		Periodizitäten und Idenditäten der
		trigonometrischen Funktionen
2540		Umkehrfunktionen zu sin, cos, ...
2541		Parametrisierung des Einheitskreises in C
2544		Definition Logarithmus
2560	4.4ff	Globale Extrema
2563		Gleichmäßige Stetigkeit
2564		Gleichmäßige Stetigkeit von f
2565		Beschränktheit f(M)

- 2600 4.5 Punktweise/gleichmäßige Konvergenz von  
Funktionenfolgen und -Reihen
- 2602 Cauchy Kriterium Funktionenfolgen und -Reihen
- 2604 Majorantenkriterium
- 2609 Gleichmäßige Konvergenz und Stetigkeit
- 2700 5 Differentialrechnung
- 2702 5.1 Der Begriff der Ableitung, höhere Ableitungen  
stetig differenzierbar
- 2704 Differenzierbarkeit
- 2707 Differenzieren Potenzreihen, Konvergenzradius  
differenzierte Reihe
- 2711 Exponential-, trigonometrische-, hyperbolische  
Funktionen sind differenzierbar
- 2750 5.1f Differentiationsregeln
- 2755 Folgerungen,  
Ableitungen:  
rationale Funktionen, trigonometrische,  
hyperbolische Funktionen, Logarithmus,  $(ax)'$ ,  
 $(\operatorname{Arcsinh} x)'$ ,  $(\operatorname{Arccosh} x)'$
- 2757 Produktregel für höhere Ableitungen
- 2800 5.2 Extrema, Mittelwertsätze der Differentialrechnung
- 2800 notwendige Bedingung für lokale Extrema
- 2802 Satz von Rolle
- 2803 Mittelwertsatz der Differentialrechnung
- 2804 Erweiterter Mittelwertsatz der  
Differentialrechnung  
Monotonie und Ableitung
- 2806 notwendige Bedingung für lokale Extrema anderer Beweis
- 2807 Maximum, Minimum
- 2808 Zwischenwertsatz von Darboux
- 2810 Näherungen Newtonverfahren
- 2850 5.2f Grenzwertregel von de l'Hospital
- 2856 konvexe bzw. konkave Funktionen
- 2861 Wendepunkt, notwendige Bedingung  
Trigonometrische Funktionenräume
- 2900 5.3 Der Satz von Taylor
- 2900 n-fache Nullstellen von Funktionen
- 2901 Potenzreihen und Ableitungen
- 2903 n-tes Taylorpolynom und Restglied
- 2904 Satz von Taylor
- 2912 Taylorreihe um Entwicklungspunkt  $x_0$ .
- 2916 Hinreichende Bedingung für lokale Extrema bzw.  
Wendepunkte

3000	5.4_5.6	
3000	5.4	Gliedweises Differenzieren
3000		Vertauschung von Grenzwertübergängen
3002		Gliedweises differenzieren von Folgen und Reihen
3007	5.6	Das Argument und der Logarithmus einer komplexen Zahl
3008		$z=r(\cos +isin)=re^i$ log z
3100	6	Integralrechnung3100
	6.1	Riemannsummen und Riemannintegral Zerlegungen, Zwischenpunktvektoren
3101		Ober-, Unterintegral
3102		Riemann integrierbar
3103		Verfeinerung zur Zerlegung
3107		Ober- und Untersummen, Ober-, Unterintegral
3113		Riemann-Integrierbarkeit und Zwischenpunktsummen
3117		Riemann Integrierbarkeitskriterium
3119		Fundamentalabschätzung
3200	6.2	Integrierbarkeit von Funktionen
3200		Setige und monotone Funktionen R-integrierbar
3204		Produkte, Summen integrierbarer Funktionen
3202		Lipschitzbedingung und Integrierbarkeit
3207		Integration über $[a,c],[c,b]$
3209		Mittelwertsatz der Integralrechnung
3300	6.3	Hauptsätze der Differenzial- und Integralrechnung
3303		Stammfunktion
3303		Hauptsatz der DI
3307		$F+c$ Stammfunktion
3400	6.4	Weitere Ergebnisse
3400		Partielle Integration
3402		Substitutionsregel
3409		Integration von Ungleichungen
3410		Mittelwert, Mittelwertsatz der Integralrechnung
3411		Erweiterter Mittelwertsatz der Integralrechnung
3412		2. Mittelwertsatz der Integralrechnung
3413		Gliedweise Integration
3500	6.5	Die Partialbruchzerlegung
3500		Fundamentalsatz der Algebra
3504		Partialbruchzerlegung im Komplexen
3507		Partialbruchzerlegung reeller rationaler Funktionen

3600	6.6	Der Taylorsche Satz
3600		n fache Stammfunktion
3602		Satz von Taylor
3603		lokale Max/Min und $2n- 2n+1$ fache Differenzierung
3604		Taylorpolynom und Restglied
3606		Binominalreihe
3700	6.7	Uneigentliche Integrale
3702		Cauchy Kriterium für uneigentliche Integrale
3703		absolut uneigentlich integrierbar zu uneigentlichen Integralen
3704		absolute Konvergenz... Konvergenz zu
		Majorantenkriterium für uneigentliche Integrale
3705		Integralkriterium für Reihen