

Analysis

Die Inhalte zu dem Verzeichnis für LibreOffice werden nach und nach eigearbeitet

Seite

1	0	Vorbemerkungen	
1	0.0	Abkürzungen, Vorbemerkungen, Beweismethoden	
		Direkter Beweis	
2		Indirekter Beweis, Widerspruchsbeweis	
3	0.1	Mengen	
		Definition, gleiche Mengen, leere-, Teilmengen	
4		Vereinigung, Schnitt, Differenz, disjunkte	
5		Komplement, Potenzmenge, kartesisches Produkt	
8		Rechenregeln, Folgerungen	
			10 System von Mengen
100	0.2	Relationen, Funktionen	
		Definition Relation, Äquivalenzrelation,	
		Äquivalenzklassen	
103		Partition	
106		Funktion, Definitionsbereich, Wertebereich, Urbild	
108		Eigenschaften von Bild und Urbild einer Funktion f	
200	0.2f	Injektive, surjektive, bijektive Abbildungen	
202		Verkettete Abbildungen	
203		Identische Abbildungen	
300	1	Axiomatische Einführung der reellen und komplexen Zahlen	
300	1.1	Definition Gruppe, Körper, Körperaxiome	
301		Verknüpfung, Verknüpfungsgebilde	
302		Definition Gruppe	
303		Untergruppe	
304		abelsche Gruppe	
306		Halbgruppe, Ring, Körper	
312		Abgeleitete Rechenregeln (RR) in K	
400	1.2	Die Anordnungsaxiome	
400		Abgeleitete Rechenregeln in einem angeordneten Körper (RR<)	
405		Maximum, Minimum	
407		Absolutbetrag	
408		Dreiecksungleichung	
412		Vorzeichen	
500	1.3	Das Vollständigkeitsaxiom und die Definition der reellen Zahlen	

500		Schranken, Supremum, Infimum
505		Definition vollständiger Körper
506		Definition Intervalle, Dedekindsche Schnitte
515		Quadratwurzel
600	1.4	Funktionenräume, gerade/ungerade Funktionen, monotone Funktionen
600		Beschränkte Funktion
601		Definition monotone Funktionen
700	1.5	Die natürlichen Zahlen und das Prinzip der vollständigen Induktion
700		Definition Induktive Mengen, natürliche Zahlen
702		Vollständigen Induktion
703		Rechenregeln in $\mathbb{N}$
705		Vollständige Induktion 2. Fassung
707		Archimedisches Prinzip
		Wohlordnungssatz
711		Summen, Produkte
718		Ungleichung von Bernoulli
750	1.5f	P15f
750		Abzählbare... Mengen
		Teilmengen abzählbarer Mengen
751		Abzählbares kartesisches Produkt
752		Abzählbarkeit rationaler Zahlen
758		Maximum und Minimum zu Mengen
758		Ganze, rationale, irrationale Zahlen
760		$\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ sind abzählbar, $\mathbb{R}$ und $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ sind überabzählbar
759		Das größte Ganze
764		Division mit Rest
764		p -Adische Zahlendarstellung
766		Intervalle, Intervallschachtelungsprozess
800	1.6	Die komplexen Zahlen
801		Eigenschaften der komplexen Zahlen
803		Potenz komplexer Zahlen
900	1.7	Einige Identitäten, Ungleichungen und Definitionen
901		Teleskopsumme
904		Endliche geometrische Reihe
		Abelsche partielle Summation
906		Fakultät, Binominalkoeffizient
906		Identitäten zu Binominalkoeffizienten
908		Binominalsatz
1000	1.8	Arithmetisches und geometrisches Mittel
1000		AGM Ungleichung

1100	1.9	Polynome, Nullstellen, grad, rationale Funktionen
1103		Nullstellen
1106		Divisionssatz
1107		Identitätssatz für Polynome
1150	1.9f	
1150		Cauchy-Schwarz Ungleichung
1151		Lagrange Identität
1152		Cauchy Produkt von Polynomen
1152		Minkovsky Ungleichung, Interpolation mit Polynomen
1153		Hauptsatz der Polynominterpolation
1153		Lagrange Darstellung des Interpolationspolynoms
1153		Interpolationspolynom Newtonsche Darstellung
1155		Wurzelfunktion
1157		nte Wurzelfunktion
1200	2	Kapitel Konvergenz von Folgen und Reihen
1200	2.1	Konvergenz und Grenzwert
1209		Beschränkte Folge
1210		Nullfolgen
1250	2.1f	Cauchyfolge
1250		Eigenschaften konvergenter Folgen
1255		Vergleiche von Folgen
1300	2.2	Reelle, insbesondere monotone Folgen
		Monotone Folgen, Definition Teilfolge, Umordnung, triviale Abänderung
1301		Monotone Konvergenz
		Konvergenz von Teilfolgen, Umordnungen und trivialen Abänderungen konvergenter Folgen
1307		monotone Teilfolge
1308		Bolzano Weierstraß (BW)
1308		Konvergenzkriterium von Cauchy
1309		Uneigentliche Konvergenz
1315		Division durch Multiplikation und Addition
1315		Wurzelziehen durch Division und Multiplikation und Addition
1400	2.3	Exponential-, Logarithmus- und Potenzfunktionen
		bis 1403 verschiedene Sätze
1403		Intervallschachtelung für e
		Exponentialfunktion Beschränkung
1404		Exponentialfunktion komplex
1408		e: Eulersche Zahl,
		reelle-, komplexe Exponentialfunktion
1409		Eigenschaften Exponentialfunktion

1450	2.3f	
1451		$\exp: \mathbf{R} \rightarrow (0, \infty)$ ist bijektiv
1452		natürliche Exponentialfunktion mit Basis e
		Umkehrfunktion $\log(0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$
		natürlicher Logarithmus bzw Logarithmus zur Basis e
1453		Eigenschaften des Logarithmus
1455		Potenz zur Basis a mit Exponenten b
1456		allgemeine Exponentialfunktion, Logarithmusfunktion
		allgemeine Potenzfunktion
1456		Eigenschaften dieser Funktionen
1460		Wichtige Grenzwerte
1500	2.4	Häufungswerte (HW) von Zahlenfolgen
		Häufungspunkte (HP) von Mengen
1502		Bolzano Weierstrass (BW)
1504		Cauchyfolge
1505		$\min H$, $\max H$.
1507		limes superior, limes inferior
1509		Beschränkte, konvergente Folgen und Häufungswert
1550	2.5	Doppelfolgen
1550		konvergente
1550		Cauchysches Konvergenzkriterium
1551		Iterierter Limes
1552		Gleichmäßige Konvergenz
1600	3	Unendliche Reihen
	3.1	Definition unendliche Reihen, nte Partialsumme
		Konvergenz
1602		Konvergenz/Divergenz der geometrischen Reihe
		Rechenregeln für unendliche Reihen
1605		Teleskopreihe
1606		alternierende Reihe
1607		Leibniz Kriterium
1700	3.2	Reihen mit nicht-negativen Gliedern,
		absolut konvergente Reihen sind konvergent
1701		Majorantenkriterium, Minorantenkriterium
1702		Wurzelkriterium
1704		Quotientenkriterium
1717		Cauchy-Schwarz-Ungleichung
1719		Verdichtungssatz von Cauchy
1750	3.2f	Umordnung, unbedingt-, bedingt konvergent
1753		Riemannscher Umordnungssatz
1756		Absolute Konvergenz_unbedingte Konvergenz

1765	3.2ff	Def Doppelreihen, Doppelreihensatz
1769		Cauchyscher Doppelreihensatz
1779		Großer Umordnungssatz
1781		Vertauschung von Grenzwerten
1782		Exponentialfunktion,
1783		Exponentialreihe
1784		Reihen-Cauchy-Produkt
1784		Cauchy-Produktsatz
1800	3.3	Dual- und Dezimalzahlen
1801		p -adische Zahldarstellung reeller Zahlen
1803		p -adische Entwicklung
1805		periodische Entwicklung $\mathbb{Q}$
1900	3.4	Abelsche partielle Summation, Dirichlet-Kriterium
1901		Konvergenzkriterium von Du Bois-Reymond
1902		Konvergenzkriterium nach Dedekind
2000	3.5	Potenzreihen
2001		Konvergenzradius, Berechnung mit Wurzel
2004		Gleichmäßige Konvergenz von Potenzreihen
2100	3.6	Spezielle Potenzreihen und Funktionen
		Eigenschaften der komplexen Exponentialfunktion
2102		Einheitskreis, Bogenmasswinkel
2103		Umfang Einheitskreis, Zusammenhang Exponentialfkt
2104		Definition hyperbolische Funktionen
2105		Eigenschaften hyperbolische Funktionen
2104		Definitionen $\sin$, $\cos$
2107		Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen
2200	4	Funktionsgrenzwerte und stetige Funktionen
2200	4.1	Topologische Begriffe
		Umgebung, Menge aller inneren Punkte,
		offener Kern von M , offene Menge
2201		Häufungspunkt, abgeschlossene Hülle von M
		Kompakte Menge, Randpunkt, isolierter Punkt,
		uneigentlicher HP von M
2203		Vereinigung aller offenen Teilmengen von M
2205		Durchschnitt aller geschlossenen Obermengen von M

2300	4.2	Funktionsgrenzwerte, Konvergenz Funktionenfolgen
2300		Definitionen Konvergenz von Funktionen
2302		dto für Körperelemente
2303		Monotone Funktion
2304		beschränkte Funktion
2304		Funktionen Konvergenz Folgenkriterium
2307		Funktionen Konvergenz Cauchykritierium
2310		Funktionen Konvergenz Grenzwertregeln
2320		Grenzwert monotoner & beschränkter Funktionen
2350	4.2f	Funktionenfolgen,
		punktweise-, gleichmäßige Konvergenz
2355		Funktionenreihen
		punktweise-, gleichmäßige Konvergenz
2356		Funktionenfolge Cauchykritierium
2356		Funktionenreihen Cauchykritierium
2361		Majorantenkritierium zu Funktionenreihen
2400	4.3	Stetige Funktionen
2401		...komplexe Mengen
2408		Exponential-, trigonom.-, hyperb. Funktionen
2409		Folgenstetigkeit
2409		Rechenregeln für Stetigkeit
2450	4.3f	Stetigkeit Potenzreihen
2455		Identitätssatz für Potenzreihen
2455		Eindeutigkeitssatz für Potenzreihen
2459		Fibonnacizahlen
2500	4.4	Hauptsätze über stetige Funktionen
2500		Zwischenwertsatz zu stetigen Funktionen
2501		Nullstellen
2530	4.4f	Umkehrfunktion und Stetigkeit
2532		sin cos Werte zwischen 0 und $2,\pi$
2534		cos, kleinste positive Nullstelle
2535		Definition Pi
2537		Periodizitäten und Idenditäten der
		trigonometrischen Funktionen
2540		Umkehrfunktionen zu sin, cos,...
2541		Parametrisierung des Einheitskreises in C
2544		Definition Logarithmus
2560	4.4ff	Globale Extrema
2563		Gleichmäßige Stetigkeit
2564		Gleichmäßige Stetigkeit von f
2565		Beschränktheit f(M)

2600	4.5	Punktweise/gleichmäßige Konvergenz von Funktionenfolgen und -Reihen
2602		Cauchy Kriterium Funktionenfolgen und -Reihen
2604		Majorantenkriterium
2609		Gleichmäßige Konvergenz und Stetigkeit
2700	5	Differentialrechnung
	5.1	Der Begriff der Ableitung, höhere Ableitungen
2702		stetig differenzierbar
2704		Differenzierbarkeit
2707		Differenzieren Potenzreihen, Konvergenzradius
		differenzierte Reihe
2711		Exponential-, trigonometrische-, hyperbolische Funktionen sind differenzierbar
2750	5.1f	Differentiationsregeln
2755		Folgerungen, Ableitungen: rationale Funktionen, trigonometrische, hyperbolische Funktionen, Logarithmus, $(ax)'$, $(\operatorname{Arcsinh} x)'$, $\operatorname{Arccosh} x)$
2757		Produktregel für höhere Ableitungen
2800	5.2	Extrema, Mittelwertsätze der Differentialrechnung
2800		notwendige Bedingung für lokale Extrema
2802		Satz von Rolle
2803		Mittelwertsatz der Differentialrechnung
2804		Erweiterter Mittelwertsatz der Differentialrechnung
		Monotonie und Ableitung
2806		notwendige Bedingung für lokale Extrema anderer Beweis
2807		Maximum, Minimum
2808		Zwischenwertsatz von Darboux
2810		Näherungen Newtonverfahren
2850	5.2f	Grenzwertregel von de l'Hospital
2856		konvexe bzw. konkave Funktionen
2861		Wendepunkt, notwendige Bedingung
		Trigonometrische Funktionenräume
2900	5.3	Der Satz von Taylor
2900		n-fache Nullstellen von Funktionen
2901		Potenzreihen und Ableitungen
2903		n-tes Taylorpolynom und Restglied
2904		Satz von Taylor
2912		Taylorreihe um Entwicklungspunkt x_0 .
2916		Hinreichende Bedingung für lokale Extrema bzw. Wendepunkte

3000	5.4_5.6	
3000	5.4	Gliedweises Differenzieren
3000		Vertauschung von Grenzwertübergängen
3002		Gliedweises differenzieren von Folgen und Reihen
3007	5.6	Das Argument und der Logarithmus einer komplexen Zahl
3008		$z=r(\cos +i\sin)=re^i$ $\log z$
3100	6	Integralrechnung3100
	6.1	Riemannsummen und Riemannintegral Zerlegungen, Zwischenpunktvektoren
3101		Ober-, Unterintegral
3102		Riemann integrierbar
3103		Verfeinerung zur Zerlegung
3107		Ober- und Untersummen, Ober-, Unterintegral
3113		Riemann-Integrierbarkeit und Zwischenpunktsummen
3117		Riemann Integrierbarkeitskriterium
3119		Fundamentalabschätzung
3200	6.2	Integrierbarkeit von Funktionen
3200		Setige und monotone Funktionen R-integrierbar
3204		Produkte, Summen integrierbarer Funktionen
3202		Lipschitzbedingung und Integrierbarkeit
3207		Integration über $[a,c],[c,b]$
3209		Mittelwertsatz der Integralrechnung
3300	6.3	Hauptsätze der Differenzial- und Integralrechnung
3303		Stammfunktion
3303		Hauptsatz der DI
3307		$F+c$ Stammfunktion
3400	6.4	Weitere Ergebnisse
3400		Partielle Integration
3402		Substitutionsregel
3409		Integration von Ungleichungen
3410		Mittelwert, Mittelwertsatz der Integralrechnung
3411		Erweiterter Mittelwertsatz der Integralrechnung
3412		2. Mittelwertsatz der Integralrechnung
3413		Gliedweise Integration
3500	6.5	Die Partialbruchzerlegung
3500		Fundamentalsatz der Algebra
3504		Partialbruchzerlegung im Komplexen
3507		Partialbruchzerlegung reeller rationaler Funktionen

3600	6.6	Der Taylorsche Satz
3600		n fache Stammfunktion
3602		Satz von Taylor
3603		lokale Max/Min und $2n$ - $2n+1$ fache Differenzierung
3604		Taylorpolynom und Restglied
3606		Binominalreihe
3700	6.7	Uneigentliche Integrale
3702		Cauchy Kriterium für uneigentliche Integrale
3703		absolut uneigentlich integrierbar zu uneigentlichen Integralen
3704		absolute Konvergenz...
		Konvergenz zu
		Majorantenkriterium für uneigentliche Integrale
3705		Integralkriterium für Reihen